

Bildgebende Verfahren in der Medizin I

23. Februar 2010

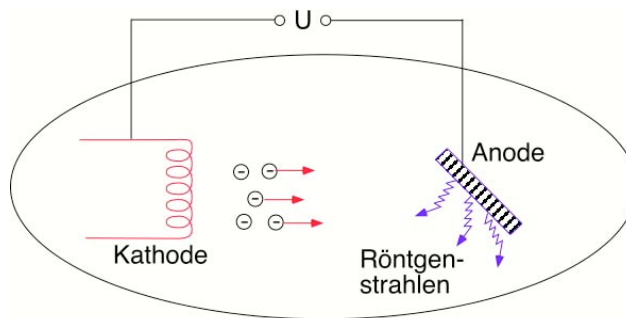
Röntgen

Aufgabe 1: Erzeugung von Röntgenstrahlung

- a) Wie werden prinzipiell Röntgenstrahlen generiert? Welche physikalischen Effekte/Prozesse tragen dazu bei? (Erklärung und Skizze) (6 Punkte)
- b) Wie groß ist die kleinstmögliche Wellenlänge der elektromagnetischen Strahlung, die bei einer Anodenspannung von 80 kV erzeugt wird? (Plancksches Wirkungsquantum = $4,136 \times 10^{-15} \text{ eVs}$, Lichtgeschwindigkeit = $3 \times 10^8 \text{ m/s}$) (2 Punkte)
- c) In welchen Größenordnungen bewegt sich die Anodenspannung bei „weicher“, bzw. „harter“ Röntgenstrahlung? Welche Größenordnungen werden zur Röntgendiagnostik eingesetzt und warum? (3 Punkte)

Lösung:

- a) In einer *Vakuümröhre* treten durch den *thermoelektrischen Effekt* Elektronen aus einer Kathode aus (1 Punkt), die anschließend mit einer *Hochspannung* auf eine Anode hin beschleunigt werden werden (1 Punkt). In dem Anodenmaterial wird die kinetische Energie der Elektronen ganz oder teilweise in elektromagnetische Strahlung *umgewandelt* (1 Punkt). Die schnelle Abbremsung der Elektronen im Feld der Atomkerne des Anodenmaterials führt zur sog. *Bremsstrahlung* (1 Punkt). Stoßen die auftreffenden Elektronen ein gebundenes Elektron aus den inneren Schalen der Atomkerne heraus, so kommt es in der Folge zur sog. *charakteristischen Strahlung* (1 Punkt). Skizze: (1 Punkt)



- b) Nach dem Satz der Energieerhaltung lässt sich die größtmögliche Energie bzw. kleinstmögliche Wellenlänge berechnen:

$$E_{\text{Phoo}} = h \cdot \nu \quad E_{\text{kin}} = e \cdot U_A \quad c = \lambda \cdot \nu$$
$$\rightarrow v_{\text{max}} = \frac{e \cdot U_A}{h} \rightarrow \lambda_{\text{min}} = \frac{c \cdot h}{e \cdot U_A} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}}{1 \text{ e} \cdot 80 \text{ kV}} = 0,0155 \text{ nm}$$

(1 Punkt jeweils für Formeln und Ergebnis)

c) Größenordnungen von U_A (1 Punkt):

$U_A = 1 \text{ kV}$	„weich“	($\lambda_{\min} = 1,242 \text{ nm}$)
$U_A = 10 \text{ kV}$	„mittel“	($\lambda_{\min} = 0,124 \text{ nm}$)
$U_A = 100 \text{ kV}$	„hart“	($\lambda_{\min} = 0,012 \text{ nm}$)

Für die Röntgendiagnostik werden harte Röntgenstrahlen eingesetzt (1 Punkt). Weiche Röntgenstrahlung bleibt im Körper des Patienten stecken und trägt nicht zum Bild bei (1 Punkt).

Aufgabe 2: Röntgenschwächungskoeffizient

- a) Wie lautet die Definition des Röntgenschwächungskoeffizienten? (1 Punkt)
- b) Wie kann man den Röntgenschwächungskoeffizienten eines Materials messen? (Skizze) (1 Punkt)
- c) Welche physikalischen Prozesse tragen zur Abschwächung von Röntgenstrahlen in Materie bei? Wie setzt sich daraus der Gesamt-Schwächungskoeffizient zusammen? (2 Punkte)
- d) Welcher Prozess überwiegt bei 100 keV bei „weichem“ Körpergewebe? Welcher Prozess überwiegt bei 100 keV bei Blei? (2 Punkte)
- e) Ein Röntgenstrahl trifft auf seinem Weg durch den Körper auf unterschiedliche Gewebetypen, d. h. μ ist eine Funktion von x . Wie groß ist die Röntgenleistung hinter dem Körper, wenn der eintreffende Strahl die Leistung J_0 hat? (1 Punkt)

Antwort:

- a) Definition aus dem allg. Schwächungsgesetz: $dJ = -\mu \cdot J \cdot dx$ oder $dN = -\mu \cdot N \cdot dx$, mit

J : herausgehende Röntgenintensität

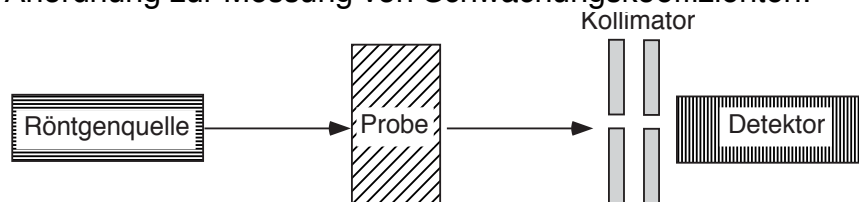
N : Zahl der herausgehenden Röntgenquanten

J_0 : reingehende Röntgenintensität

N_0 : Zahl der reingehenden Röntgenquanten

d : Dicke der absorbierenden Schicht

- b) Anordnung zur Messung von Schwächungskoeffizienten:



- c) Folgende Wechselwirkungen von Röntgenquanten mit Materie können auftreten:
- Photoabsorption (μ_t)
 - Rayleigh-Streuung (μ_{sR})
 - Compton-Streuung (μ_{sc})
 - Paarbildung (μ_c)

- Kernreaktion (μ_K)

Gesamt-Schwächungskoeffizient: $\mu = \mu_t + \mu_{sR} + \mu_{sc} + \mu_c + \mu_K$

d) Überwiegender Prozess bei 100 keV bei weichem Körpergewebe: Compton-Streuung
Überwiegender Prozess bei 100 keV bei Blei: Photoabsorption

e) Integration des Schwächungsgesetzes mit Berücksichtigung unterschiedlicher Schwächungskoeffizienten:

$$I = I_0 e^{-\int \mu dx}$$

Aufgabe 3: Raster

Gegeben ist ein Raster mit einer Primärstrahltransparenz $T_p = 70\%$ und einer Selektivität von 14. Der Streustrahlungsanteil in der Bildebene würde ohne Raster 80% betragen.

- a) Berechnen Sie die Streustrahltransparenz T_s des Rasters. (2 Punkte)
- b) Welchen Kontrast würde das Bild ohne Raster haben? K_0 sei der Kontrast ohne Streustrahlung. (2 Punkte)
- c) Welcher Kontrast kann mit dem Einsatz vom Raster erreicht werden, wenn der „ideale“ Kontrast K_0 beträgt? (2 Punkte)

Lösung:

a) Die Selektivität des Rasters wird definiert als:

$$\Sigma = \frac{T_p}{T_s},$$

Hier sind T_p die Primärstrahltransparenz und T_s die Streustrahltransparenz des Rasters. Daher gilt

$$T_s = \frac{T_p}{\Sigma} = 0.7/14 = 0.05 = 5\%.$$

(jeweils 1 Punkt für Formeln und Ergebnis)

b) Der Kontrast ohne Raster ergibt sich zu

$$K_{S0} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{J_s}{J_p}} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{80\%}{20\%}} = K_0 \cdot 0.2.$$

(jeweils 1 Punkt für Formeln und Ergebnis)

c) Der Kontrast mit Raster ergibt sich zu

$$K_{SR} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{T_s \cdot J_s}{T_p \cdot J_p}} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{0.05 \cdot 80\%}{0.7 \cdot 20\%}} = K_0 \cdot 0.78.$$

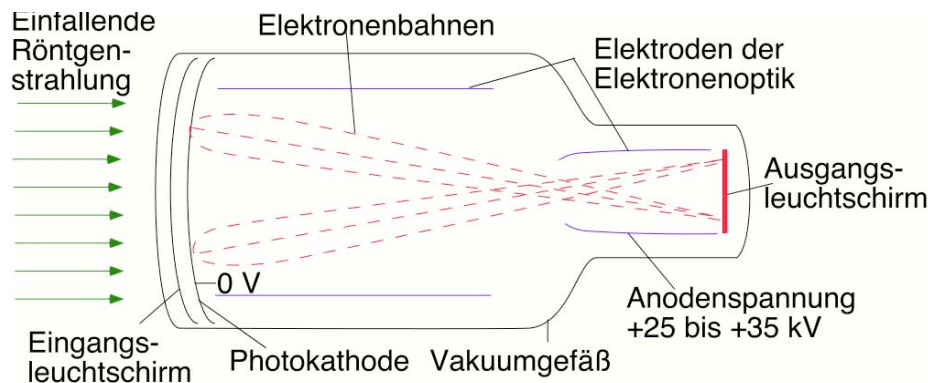
(jeweils 1 Punkt für Formeln und Ergebnis)

Aufgabe 4: Röntgenbildverstärker

- a) Skizzieren Sie einen Röntgenbildverstärker und beschriften Sie die Komponenten. Erklären Sie kurz das Funktionsprinzip (6 Punkte).

Lösung:

- a) Skizze Röntgenbildverstärker (2 Punkte):



Die einfallende Röntgenstrahlung erzeugt in einem Eingangsleuchtschirm sichtbare Photonen (1 Punkt). Diese treffen auf eine Photokathode, in der sie Photoelektronen auslösen (1 Punkt). Diese Elektronen werden mit einer Elektronenoptik auf einen Ausgangsleuchtschirm fokussiert und dabei mit einer Spannung von 25 kV - 35 kV beschleunigt (1 Punkt). So erzeugt jedes Photoelektron einen Lichtpunkt auf dem Ausgangsleuchtschirm (1 Punkt).

Systemtheorie

Aufgabe 5: Modulation Transfer Function

- a) Wie ist die MTF definiert (allg. Definition)? (2 Punkte)
- b) Welche Voraussetzungen muss das abbildende System erfüllen, damit die MTF dieses eindeutig charakterisiert? (2 Punkte)
- c) Unter welchen Bedingungen lässt sich, *in Theorie und Praxis*, aus einem durch ein abbildendes System verändertes Bild das Original wieder herstellen? (4 Punkte)

Lösung:

- a) Die MTF ist der Absolutbetrag der bei (0,0) auf 1 normierten komplexen Übertragungsfunktion:

$$MTF(u, v) = \frac{|H(u, v)|}{|H(0, 0)|}$$

- b) Das abbildende System muss linear und verschiebungsinvariant sein.

- c) Mit der komplexen Übertragungsfunktion ist ein System vollständig beschrieben, so dass das Original mit dem Hauptsatz der Systemtheorie *theoretisch* rekonstruiert werden kann.

$$F(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

$$f(x, y) \leftarrow \bullet F(u, v)$$

(2 Punkte)

Tatsächlich ist kein abbildendes System vollkommen, was bedeutet, dass oberhalb von $u_{\max}, v_{\max}$ die Funktion $H(u, v) = 0$ ist. Sind jedoch das Signalleistungsspektrum (SPS) und das Rauschleistungsspektrum (NPS) bekannt, so kann das Ursprungssignal mit Hilfe des Wiener Filters so gut wie möglich geschätzt werden.

$$F'(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \cdot \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{NPS(u, v)}{SPS(u, v)}}$$

Der Wiener-Filter sorgt dafür, dass in dem Frequenzbereich, wo $H(u, v)^2$ gegen Null geht und/oder wo das Rauschen größer ist als das Signal, die Funktion $F'(u, v)$ auf Null gedrückt wird (2 Punkte).

Aufgabe 6: Filter

- Wie funktioniert ein einfacher Kantendetektor? Wie sieht die Maske aus, die als Filterfunktion verwendet werden kann? (2 Punkte)
- Was ist das Problem des einfachen Kantenfilters? Wie kann es behoben werden? (Name des Filters und Beispiel für eine entsprechende Maske) (2 Punkte)
- Kann die Wirkung eines Kantenfilters als komplexe Übertragungsfunktion beschrieben werden? (mit Begründung) (2 Punkte)

Lösung:

- Kanten im Bild werden durch Gradientenfilter hervorgehoben. Gebiete mit Grauwertgradienten führen nach der Filterung zu großen Werten. Gebiete mit gleichförmigem Grauwertverlauf werden auf Null gesetzt. Beispiel Kantendetektor in x-Richtung:

$$D_x = \frac{1}{2} (1, 0, -1)$$

- Rauschen wirkt sich bei Gradienten-Filtern sehr schädlich aus. Vor der Kantendetektion sollte erst eine Glättung durchgeführt werden. Beides kann in einem Filter zusammengefasst werden. Beispiel: Sobel-Filter.

$$S_x = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad S_y = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

- c) Die Wirkung eines Kantenfilters kann als komplexe Übertragungsfunktion beschrieben werden, da er linear und verschiebungsinvariant ist.

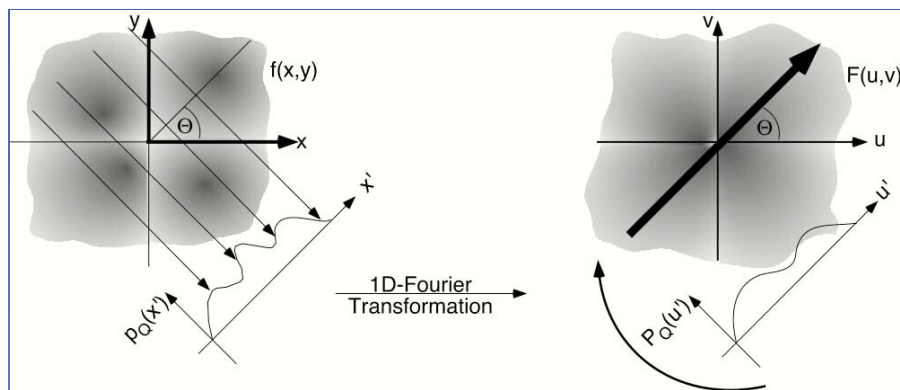
Computertomographie

Aufgabe 7: Fourier-Scheiben-Theorem

- a) Formulieren Sie das Fourier-Scheiben-Theorem am Beispiel einer Projektion zum Winkel $\theta = 45^\circ$ (Erklärung und Skizze). (4 Punkte)
- b) Wie lassen sich mit Hilfe des Fourier-Scheiben-Theorems Schnittbilder des Röntgenschwächungskoeffizienten rekonstruieren? (3 Punkte)

Lösung:

- a) Sei $f(x,y)$ gegeben und $F(u,v)$ deren 2D-Fouriertransformierte. Sei $p_\theta(s)$ eine Projektion von $f(x,y)$ bei $\theta = 45^\circ$. Dann beschreibt die 1D-Fouriertransformierte von $p_\theta(s)$ ($P_\theta(w)$) die Werte von $F(u,v)$ auf der ersten Winkelhalbierenden (2 Punkte).



(Skizze: 2 Punkte)

- b) Es werden viele Projektionen unter verschiedenen Winkeln aufgenommen. Jede Projektion wird 1D-fouriertransformiert (1 Punkt). Die Ergebnisse werden auf Radialstrahlen zum Winkel θ in die $F(u,v)$ -Ebene eingetragen. Hierbei muss auf ein kartesisches Raster interpoliert werden (1 Punkt). Das Bild $f(x,y)$ erhält man durch inverse Fouriertransformation von $F(u,v)$ (1 Punkt).

Aufgabe 8: MTF bei der CT

- a) Wie lässt sich die MTF bei der CT aus den Teilkomponenten des Systems zusammensetzen? (2 Punkte)
- b) Welche Größen bestimmen die Komponenten? (2 Punkte)

Lösung:

- a) Man kann die MTF als Produkt aus zwei Komponenten schreiben, wobei die erste die Abweichung des tatsächlichen Röntgenstrahls von einem Nadelstrahl berücksichtigt und die zweite die Ungenauigkeiten des Rekonstruktionsalgorithmus einbezieht :

$$MTF_{CT} = MTF_{Strahl} \cdot MTF_{Algo}$$

- b) MTF_{Strahl} wird durch die geometrischen Größen *effektive Fokusgröße im Zentrum*, sowie *effektive Detektorgröße im Zentrum* bestimmt. $MTF_{Stahl} = MTF_{Fok} \cdot MTF_{Det.}$ (1 Punkt).

MTF_{Algo} wird durch die Filterfunktion $H(w) = \text{Fouriertransformierte des Faltungskerns}$, sowie durch $G(w) = \text{Fouriertransformierte der Interpolationsfunktion}$ bestimmt (1 Punkt).

Aufgabe 9: Hounsfield-Skala

- a) Wie werden Röntgenschwächungskoeffizienten in Hounsfield-Einheiten umgerechnet? (1 Punkt)
- b) In welchem Bereich liegen die Hounsfield-Einheiten von Körpergewebe? (1 Punkt)

Lösung:

a) Umrechnungsformel: $CT-Zahl = \frac{\mu - \mu_{Wasser}}{\mu_{Wasser}} \cdot 1000 [HU]$

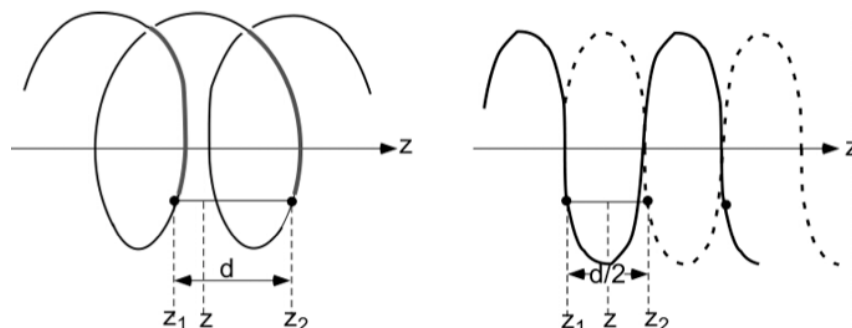
- b) Körpergewebe liegt im Bereich -1000 bis +3000 HU.

Aufgabe 10: CT-Systeme

- a) Was versteht man unter Spiral-CT? Wie werden die Projektionen für die Rekonstruktion gewonnen? (3 Punkte)
- b) Was versteht man unter "Mehrzeilen-CT"? Was ist das Problem bei der Bildrekonstruktion? (3 Punkte)

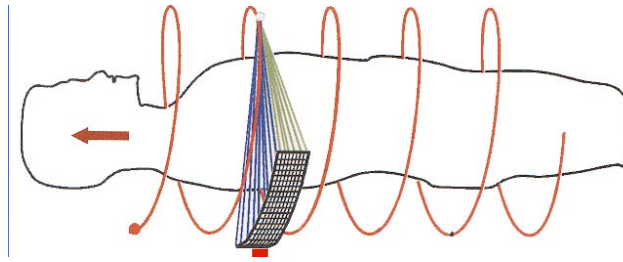
Lösung:

- a) Spiral-CT ist eine Methode, die es ermöglicht, relativ schnell 3D CT-Aufnahmen zu machen. Dabei wird der Patient kontinuierlich langsam weitergeschoben, während die Röhre um das Zentrum rotiert. Da keine geschlossene Schleife dabei gemessen wird, kann man aus den Messdaten direkt kein Bild rekonstruieren. Um vollständige Datensätze für jede Schicht zu erzeugen, muss eine Interpolation zwischen den Schleifen der Spirale eingesetzt werden. Da die Röhre einen vollen Kreis macht, kann redundante Information eingesetzt werden, so dass effektiv nur in Zwischenebenen im Bereich $0 < z < d/2$ interpoliert werden muss.



- b) Mehrzeilen-CT ist eine Fortentwicklung der Spiral-CT, der Detektor besteht dabei aus bis zu 64 Zeilen und rotiert um das Zentrum. Damit kann entweder der Vorschub bei der Spiral-CT beschleunigt werden, oder z. B. bei Herzaufnahmen eine hohe Zeitauflösung

erreicht werden. Problem: Die äußeren Detektorzeilen empfangen „Kegelstrahlen“, die nicht ohne zusätzliche Korrektur eingesetzt werden dürfen.



Nuklearmedizinische Diagnostik

Aufgabe 11: Herstellung von Radionukliden

Was ist ein Radionuklid-Generator? Welche physikalischen Vorgänge spielen sich im Generator ab? Was passiert beim „Melken“? (3 Punkte)

Lösung:

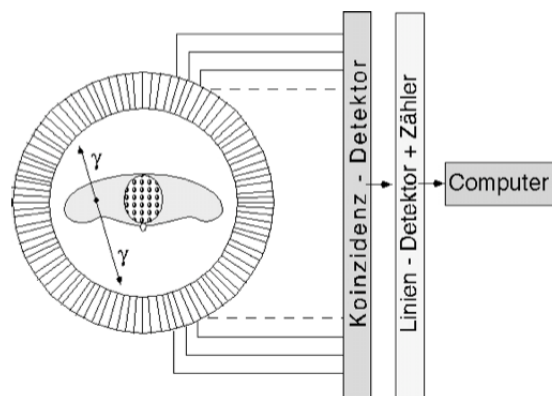
Ein Radionuklid-Generator erlaubt die tägliche Entnahme eines Radionuklids mit relativ kurzer Halbwertszeit. Ein Isotop mit relativ langer Halbwertszeit (gebunden an ein wasserunlösliches Molekül) zerfällt in ein metastabiles Isotop mit kurzer Halbwertszeit (gebunden an ein wasserlösliches Molekül). Beim Melken wird das neu gebildete kurzlebige Isotop mit Wasser herausgespült.

Aufgabe 12: Positronen-Emissions-Tomographie

- Skizzieren Sie ein PET-System (mit Beschriftung) (3 Punkte)
- Welche zwei kernphysikalischen Prozesse spielen sich ab? (2 Punkte)
- Welche Größe wird gemessen? Wie bestimmt man die Linie, auf der der Positronenstrahler gelegen haben muss? (3 Punkte)
- Wie kann man daraus ein Bild der Aktivitätsverteilung rekonstruieren? (Namen von zwei Methoden) (2 Punkte).

Lösung:

a) PET-System:



b) Beta⁺-Emission: $p \rightarrow e^+ + n + \nu$

Proton $\rightarrow$ Positron + Neutron + Neutrino

Annihilation: $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$

Positron + Elektron $\rightarrow$ 2 Gammaquanten

c) Gemessen wird die Häufigkeit, mit der auf Linien Ereignisse gezählt werden (1 Punkt). Mit Hilfe eines Koinzidenz-Detektors wird die Linie bestimmt, auf der der Positronenstrahler gelegen haben muss. Die beiden Detektoren, die gleichzeitig ein Signal gemessen haben, werden durch eine Gerade verbunden (2 Punkte).

d) Gefilterte Rückprojektion

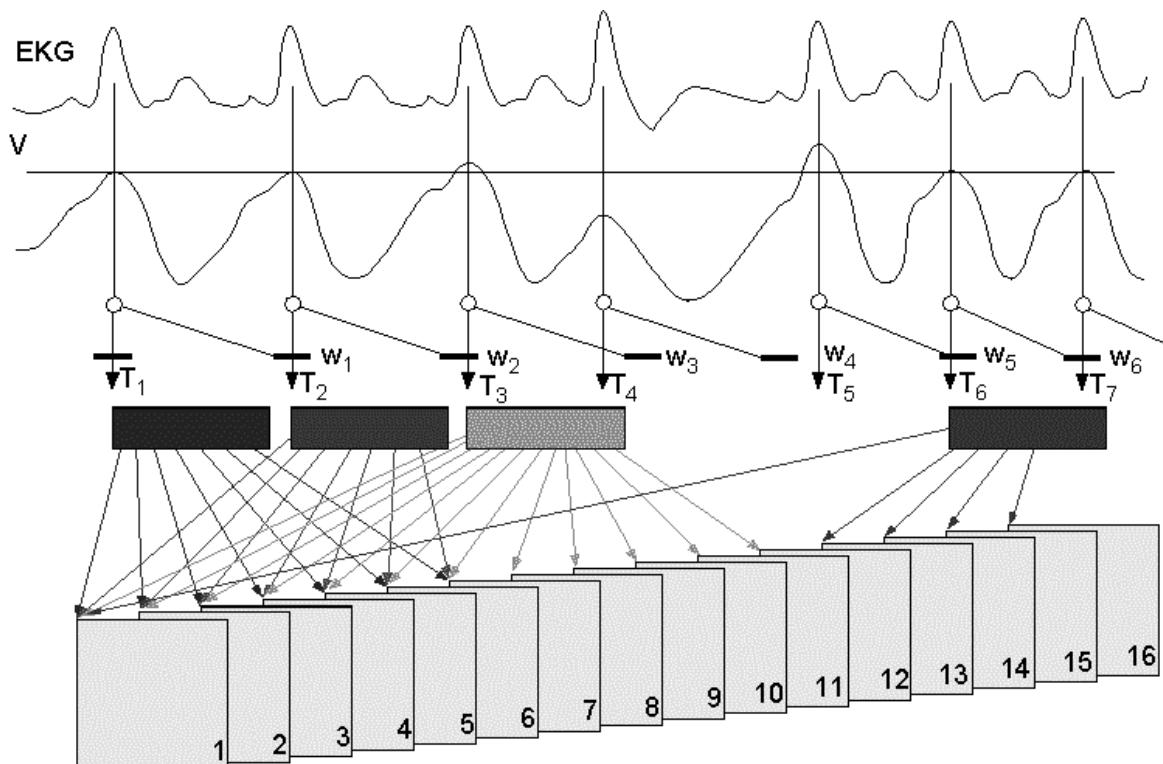
Iterative Rekonstruktionsverfahren

13: MuGa-Technik:

Was versteht man unter „Multi-Gated Acquisition“? (Vereinfachte Skizze und Beschreibung)
Wo kommt diese Technik zum Einsatz (Beispiel)? (6 Punkte)

Lösung:

Die Multi-Gated Acquisition ist eine Anwendungstechnik der planaren Szintigraphie (1 Punkt). Sie wird bei Herzuntersuchungen, beispielsweise bei der Ermittlung der „ejection fraction“, eingesetzt (1 Punkt). Ziel ist die Untersuchung der Aktivitätsverteilung während eines Herzzyklus. Nachdem sich die applizierte Aktivität im Körper verteilt hat, wird mit Hilfe des simultan aufgenommenen EKG dafür gesorgt, dass die gezählten Ereignisse in unterschiedlichen Zeitfenstern aufaddiert werden. Werden im EKG abweichende Herzschläge erkannt, werden die Daten verworfen. (2 Punkte). Skizze (2 Punkte):



<i>Aufgabe</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>	Σ
<i>Punkte</i>	<i>11</i>	<i>7</i>	<i>6</i>	<i>6</i>	<i>8</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>4</i>	<i>2</i>	<i>6</i>	<i>3</i>	<i>10</i>	<i>6</i>	<i>82</i>